

Lecție: Probleme care se rezolvă cu ajutorul ecuațiilor în $\mathbb{Q}$

- ◆ Ce înseamnă „cu ajutorul ecuațiilor în $\mathbb{Q}$ ”?

Înseamnă că necunoscutele din problemă pot fi fracții sau rezultatele pot fi raționale (nu doar numere naturale sau întregi).

Pași pentru rezolvarea unei probleme cu ecuații în $\mathbb{Q}$:

1. Citește atent problema.
2. Stabilește necunoscuta (de ex. “ x = prețul unui obiect”).
3. Exprimă toate celelalte mărimi în funcție de x .
4. Formează ecuația.
5. Rezolvă ecuația (respectând regulile din $\mathbb{Q}$).
6. Verifică și răspunde la întrebare.

Exemplul 1: Problemă cu bani și fracții

Maria a cheltuit $\frac{1}{3}$ din suma ei de bani pe o carte și $\frac{1}{4}$ pe o ciocolată. După aceste cheltuieli, i-au mai rămas 18 lei. Câți bani avea inițial?

Pas 1: Notăm cu x suma totală de bani.

Pas 2: Cheltuieli:

- pe carte: $\frac{1}{3}x$
- pe ciocolată: $\frac{1}{4}x$
- rămas: 18 lei

Pas 3: Formăm ecuația:

$$x - \frac{1}{3}x - \frac{1}{4}x = 18$$

Pas 4: Calculăm:

$$1 - \frac{1}{3} - \frac{1}{4} = \frac{12}{12} - \frac{4}{12} - \frac{3}{12} = \frac{5}{12}$$

$$\Rightarrow \left(\frac{5}{12}\right)x = 18$$

Pas 5: Rezolvăm:

$$x = 18 \div \left(\frac{5}{12}\right) = 18 \cdot \left(\frac{12}{5}\right) = \frac{216}{5} = 43,2$$

Răspuns: Maria avea 43,2 lei.

● Exemplul 2: Problemă cu viteze

Un biciclist parcurge un drum în 1 oră și 12 minute, mergând cu o viteză de 15 km/h. Care este lungimea drumului?

 Timpul total = 1h 12min = $1 + 12/60 = 1 + 1/5 = 6/5$ ore

 Viteza $v = 15$ km/h

 Distanța = $v \cdot t = 15 \cdot (6/5) = 18$ km

✓ Răspuns: Lungimea drumului este 18 km.

● Exemplul 3: Problemă de tip „raport între vârste”

Ion are de 3 ori vârsta lui Mihai. Peste 4 ani, suma vârstelor lor va fi 52 de ani. Care este vârsta lui Mihai?

 Pas 1: $x =$ vârsta lui Mihai

$\Rightarrow$ vârsta lui Ion = $3x$

Peste 4 ani:

- Mihai: $x + 4$
- Ion: $3x + 4$

 Ecuație:

$$x + 4 + 3x + 4 = 52$$

$$4x + 8 = 52 \quad | -8$$

$$4x = 44 \quad | :4$$

$$x = 11$$

✓ Răspuns: Mihai are 11 ani, Ion are 33 ani